

Arbeitsmaterialien für Lehrkräfte

Kreative Ideen und Konzepte inkl. fertig ausgearbeiteter Materialien und Kopiervorlagen für einen lehrplangemäßen und innovativen Unterricht

Thema: Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe: 3
Titel: Über Behandlungen mit Medikamenten (31 S.)

Produktinweis zur »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe«

Dieser Beitrag ist Teil einer Print-Ausgabe aus der »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe« der Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG*. Den Verweis auf die jeweilige Originalquelle finden Sie in der Fußzeile des Beitrags.

- ▶ Alle Beiträge dieser Ausgabe finden Sie [hier](#).

Seit über 15 Jahren entwickeln erfahrene Pädagoginnen und Pädagogen kreative Ideen und Konzepte inkl. sofort einsetzbarer Unterrichtsverläufe und Materialien für verschiedene Reihen der Ideenbörse.

- ▶ Informationen zu den Print-Ausgaben finden Sie [hier](#).

* Ausgaben bis zum Jahr 2015 erschienen bei OLZOG Verlag GmbH, München

Beitrag bestellen

- ▶ Klicken Sie auf die Schaltfläche **Dokument bestellen** am oberen Seitenrand.
- ▶ Alternativ finden Sie eine Volltextsuche unter www.eDidact.de/sekundarstufe.

Piktogramme

In den Beiträgen werden – je nach Fachbereich und Thema – unterschiedliche Piktogramme verwendet. Eine Übersicht der verwendeten Piktogramme finden Sie [hier](#).

Nutzungsbedingungen

Die Arbeitsmaterialien dürfen nur persönlich für Ihre eigenen Zwecke genutzt und nicht an Dritte weitergegeben bzw. Dritten zugänglich gemacht werden. Sie sind berechtigt, für Ihren eigenen Bedarf Fotokopien in Klassensatzstärke zu ziehen bzw. Ausdrucke zu erstellen. Jede gewerbliche Weitergabe oder Veröffentlichung der Arbeitsmaterialien ist unzulässig.

- ▶ Die vollständigen Nutzungsbedingungen finden Sie [hier](#).

Haben Sie noch Fragen? Gerne hilft Ihnen unser Kundenservice weiter:

[Kontaktformular](#) | ✉ Mail: service@eDidact.de

✉ Post: Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG
E.-C.-Baumann-Straße 5 | 95326 Kulmbach

☎ Tel.: +49 (0)9221 / 949-204 | 📠 Fax: +49 (0)9221 / 949-377

<http://www.eDidact.de> | <https://www.bildung.mgo-fachverlage.de>

Über Behandlungen mit Medikamenten

2.3

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- Die Schüler kommen oft mit der Erfahrung in den Mathematikunterricht, dass es komplexe alltägliche Sachverhalte gibt, die sie als nicht durchschaubar hinnehmen müssen. Sie sollen an Beispielen erfahren, dass mathematische Methoden geeignet sein können, Einsicht zu gewinnen.
- Sie üben an Beispielen mit echten Daten, wie komplexe reale Wachstums- und Abnahmeprozesse durch Iterationsverfahren mit guter Näherung erfasst werden können.
- Es werden der Abbau von Medikamenten und der Abbau von Alkohol modelliert. Die Schüler erfahren, dass menschliche Körper auf Alkohol in besonderer Weise reagieren. Dieses Wissen mag dazu beitragen, mit alkoholischen Getränken verantwortungsvoll umzugehen.
- Außerhalb der Schule haben Jugendliche erfahren, dass bei der Einnahme von Medikamenten strenge ärztliche Anweisungen zu beachten sind. Im Mathematikunterricht können Schüler bei der Arbeit verstehen, warum diese notwendig sind. Wer das Behandlungskonzept des Arztes verstanden hat, wird seine Anweisungen eher befolgen.

Zentrales Anliegen:

Die Schüler erfahren anhand vertrauter Alltagsphänomene, dass bei zunächst undurchschaubaren Zusammenhängen **mathematisches Modellieren** Verständnis schaffen kann. Dazu setzen sie sich intensiv mit diesem Verfahren auseinander: Zuerst wird ein den Schülern schon bekannter Sachverhalt noch einmal kurz mitgeteilt, unter Anleitung entwickeln sie ein Iterationsverfahren, führen selbst mithilfe eines Taschenrechners einen Iterationsschritt nach dem anderen durch, legen Tabellen an, stellen die Ergebnisse in einer Graphik dar, berichten mündlich oder schriftlich über die Ergebnisse und benennen dabei auch Annahmen, welche dem Modell zugrunde liegen. Dies entspricht „kritischem Vernunftgebrauch im Mathematikunterricht“. Später mag es auch sinnvoll sein, sich fertiger Computerprogramme zu bedienen – allerdings werden dabei andere Ziele verfolgt.

„Modellieren“ ist ein elementares wissenschaftliches Verfahren. Lernende können mathematisches Modellieren exemplarisch dadurch erfahren, dass ein schwer durchschaubares Stück ihrer Erfahrungswelt ins Auge gefasst und zugänglich gemacht wird. Eine solche **vereinfachte Darstellung** des Stückes realer Welt mit mathematischen Mitteln nennt man ein **mathematisches Modell**. Modelle **reduzieren**: Da sie nicht alle Eigenschaften des zu repräsentierenden Originals erfassen, sind sie einfacher als die Realität. Gelingt die Vereinfachung auf **wesentliche** Grundsachverhalte, dann erleichtert oder ermöglicht ein Modell Einblicke in Tatbeständen, die sonst der Einsicht verborgen sein können.

Bei medikamentösen Therapien ändert sich die Masse des Wirkstoffes im Körper des Patienten. Sie nimmt durch die Einnahme des Medikamentes zu und nimmt dann fortwährend ab, da Medikamente vom Körper abgebaut und ausgeschieden werden. Die Vereinfachung bei der Beschreibung von Realität zielt vor allem auf eine möglichst einfache mathematische Handhabung hin. Meist ist aber die folgende Annahme zu einfach: Innerhalb fester Zeitintervalle wird jeweils die gleiche Menge Wirkstoff eliminiert (**lineare Abnahme**). Rechnerisch aufwändiger ist die Vorstellung, dass der Abbau proportional zur Menge des noch vorhandenen Wirkstoffes ist (**exponentielle Abnahme**). Es gibt beliebig viele rechnerisch aufwändigere Ansätze. Jeder führt zu einem anderen mathematischen Modell. Einer dieser Ansätze ist das **begrenzte exponentielle Wachstum**. (Wir meiden die Bezeichnung exponentielles beschränktes Wachstum, denn jedes beschränkte Wachstum hat mehr als endlich viele obere Schranken, aber nur eine einzige obere Grenze, den bedeutungsvollen Sättigungswert.)

Modelle erfassen nur diejenigen Eigenschaften des zu repräsentierenden Originals, die dem Modellbenutzer relevant erscheinen. Überdies setzt er nur die mathematischen Methoden ein, die ihm zur Verfügung stehen. Deshalb muss das Augenmerk auf das **zentrale Problem der Modellierung** gerichtet wer-

2.3

Über Behandlungen mit Medikamenten

Vorüberlegungen

den: Passt das Modell zu dem zu erfassenden Sachverhalt? Dieses Problem lässt sich allerdings mit mathematischem Sachverstand allein nicht lösen, hierzu bedarf es einer hinreichend subtilen Kenntnis des zu modellierenden realen Sachverhaltes.

Unerträglich ist, wenn Schülern die reale Welt wesentlich verfälscht dargestellt wird. Dies geschieht zum Beispiel dann, wenn in einem Computerprogramm zur Simulation dynamischer Vorgänge eine gedachte Leber Alkohol exponentiell abbaut. Die Aktivität von Leber oder Nieren steigt oft mit der Menge des im Körper befindlichen Fremdstoffes; eine besonders einfache Annahme ist, dass der Abbau innerhalb eines Zeitschritts proportional zur vorhandenen Menge geschieht. Dies entspricht exponentiellem Abbau. Mediziner machen die Erfahrung, dass der Abbau von Medikamenten im menschlichen Körper in weitem Bereich mit guter Näherung so beschrieben wird. Gegenüber üblichen Mengen von Alkohol verhält sich ein menschlicher Körper allerdings anders. Alkohol wird schon dann linear eliminiert, wenn die Blutalkoholkonzentration größer als ungefähr 0,20 ‰ ist. Dies hängt mit der niedrigen Halbsättigungskonzentration des für den Alkoholabbau geschwindigkeitsbestimmenden Enzyms Alkoholdehydrogenase zusammen, die schon bei ungefähr 0,08 ‰ erreicht ist. Daher kann bei Blutalkoholkonzentrationen oberhalb von ungefähr 0,20 ‰ der Umsatz nicht mehr konzentrationsabhängig steigen. Das bedeutet, dass dann die pro Zeitintervall eliminierte Menge Alkohol konstant bleibt. Es kann übrigens – als Anleitung zu einem verantwortungsvollen Umgang mit alkoholischen Getränken – nicht schaden, wenn Jugendliche erfahren, dass die Reaktion auf einen Blutalkoholgehalt über 0,20 ‰, etwas überspitzt formuliert, eine Stressreaktion des Körpers ist.

Beim Alkoholabbau liegt diesem Unterrichtsvorschlag das in der Gerichtsmedizin verwendete Modell zugrunde. Mit diesem wird dann der Blutalkoholgehalt nach unten abgeschätzt, wenn eine genaue Messung nicht vorgenommen werden kann. Die bei medikamentösen Behandlungen im Körper befindlichen Wirkstoffmassen beziehen sich auf durchschnittliche Personen (Frauen mit 65 kg bis 70 kg, Männer ungefähr 80 kg). Die angegebenen Abklingquoten sind klinisch getestete Durchschnittswerte. Modellbildung bedeutet auch, dass der Patient mit allen seinen individuellen Eigenschaften durch einen gedachten Menschen ersetzt wird. Bei engen therapeutischen Bereichen können die Behandlung begleitende Spiegelkontrollen des Arztes daher zwingend werden.

Die Schüler sollen ihre Rechenergebnisse auch angemessen bewerten. Ungewohnt kann es für sie sein, dass bei Therapien mit Tabletten nicht von der einen günstigsten Wirkstoffmenge im Körper, sondern von **Vollwirkdosen** ausgegangen wird. Diese liegen in einem Intervall, der **therapeutischen Breite**. Bei der Einnahme von Tabletten interessieren wir uns für die Masse des Wirkstoffs im Körper des Patienten. Dies ist eine massive Vereinfachung: Wir beachten nicht, dass Wirkstoff aus Magen oder Darm aufgenommen wird und dass parallel dazu schon Wirkstoff über Leber oder Nieren abgebaut wird. Modelle sind nur tastende Annäherungen an ein Stück realer Welt. Als solche sind sie vorläufig und können auf dem Weg, Realität genauer zu erfassen, verfeinert werden.

Einordnung:

Die Schüler sollten schon erste Erfahrungen mit linearem, exponentiellem und begrenztem exponentiellem Wachstum haben. Tiefere Kenntnisse sind nicht erforderlich, solche können bei der Arbeit mit den vorliegenden, auch für Jugendliche **bedeutungsvollen Fragestellungen** erworben werden. Damit dies nicht nur leistungsstarken Schülern weitgehend selbstständig gelingen kann, sind die Lösungsblätter ausführlich gehalten und teilweise kommentiert.

Die drei Aufgaben sind voneinander unabhängig. Da sie umfangreich sind, bieten sich **kooperative Arbeitsformen** an. Dass die Ergebnisse von allgemeinem Interesse sein sollten, kommt deren Präsentation entgegen. Dabei sind von Schülern anzufertigende Tabellen und Graphiken unverzichtbar. Die Aufgaben

Über Behandlungen mit Medikamenten**2.3****Vorüberlegungen**

können kreativ ausgebaut werden. Die Beschaffung und Anwendung weiterer Daten ist für analoge Aufgaben möglich.

Da das Schwergewicht auf diskreter Behandlung liegt, handelt es sich auch um Beispiele für Iterationsverfahren, bei denen Taschenrechner oder Tabellenkalkulationen Hilfsmittel der Wahl sind. Gelegentlich wird eine kontinuierliche Behandlung zur Ergänzung herangezogen.

„Änderungsraten“ werden benutzt, um einfache Wachstumsformen nach mathematischen Gesichtspunkten zu ordnen. Da die mathematischen Überlegungen besonders einfach gehalten sein sollen, wird auf „Änderungsraten“ bei der Darstellung der Lösungen verzichtet. Dies kann mühelos ergänzt werden. Dann ist die Bearbeitung der Aufgaben eine empfehlenswerte Vorbereitung für die Differenzialgleichungen $\dot{y} = k$; $\dot{y} = ky$ und $\dot{y} = k(S - y)$ für lineares, exponentielles und begrenztes exponentielles Wachstum.

Die einzelnen Unterrichtsschritte im Überblick:

1. Schritt: Abbau von Alkohol (lineares Wachstum)
2. Schritt: Vergleich zweier Medikamente (begrenztes exponentielles Wachstum, exponentielle Abnahme)
3. Schritt: Dosierungen (begrenztes exponentielles Wachstum, exponentielle Abnahme)

Die Reihenfolge ist allerdings nicht zwingend. Überdies kann es der Klassensituation angemessen sein, nur einzelne Aufgaben auszuwählen.

Über Behandlungen mit Medikamenten**2.3****Unterrichtsplanung**

Es werden zwei Seiten „**Grundwissen**“ angeboten. Auf der ersten Seite (**M1**) sind die benötigten mathematischen Sachverhalte zur diskreten Behandlung einfachster Wachstumsformen zusammengestellt. Dabei wird die Systematik der Darstellung mithilfe der „Änderungsrate“ nach mathematischen Gesichtspunkten begründet, ohne auf beabsichtigte Anwendung zu verweisen. Auf der zweiten Seite (**M2**) finden die Schüler einige Anmerkungen zu Behandlungen mit Medikamenten.

Auf fünf **Arbeitsblättern (M3 bis M7)** werden dann drei Aufgaben gestellt:

Die Aufgabe 1 handelt vom Abbau von Blutalkohol bei Menschen. Hier wird ein in der Gerichtsmedizin eingesetztes Modell benutzt.

In der Aufgabe 2 geht es um eine medikamentöse Langzeitbehandlung. Es können zwei Digitalispräparate mit gleichem erwünschtem Wirkstoffspiegel in unterschiedlicher Aufbereitung mit unterschiedlichen Abbauwegen verglichen werden. Schüler können auch darüber nachdenken, welches Medikament der behandelnde Arzt wählen wird.

Die Aufgabe 3 handelt von einer kurzzeitigen medikamentösen Therapie und davon, was geschieht, wenn Anweisungen des Arztes missachtet werden.

Die Aufgaben werden sehr ausführlich **gelöst (M8 bis M26)**.

1. Schritt: Abbau von Alkohol (lineares Wachstum)

Aufgabe 1:

Wir interessieren uns für den Abbau von Alkohol im Menschen.
(lineares Wachstum)

Arbeitsblatt 1 (M3)

2. Schritt: Vergleich zweier Medikamente (begrenzttes exponentielles Wachstum, exponentielle Abnahme)

Aufgabe 2:

Wir vergleichen zwei Medikamente zur Langzeittherapie von Herzschwäche.
(begrenzttes exponentielles Wachstum, exponentielle Abnahme)

Arbeitsblätter 2 und 3 (M4 und M5)