Arbeitsmaterialien für Lehrkräfte

Kreative Ideen und Konzepte inkl. fertig ausgearbeiteter Materialien und Kopiervorlagen für einen lehrplangemäßen und innovativen Unterricht

Thema: Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe: 11

Titel: Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu linearen Gleichungen (26 S.)

Produkthinweis zur »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe«

Dieser Beitrag ist Teil einer Print-Ausgabe aus der »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe« der Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG*. Den Verweis auf die jeweilige Originalquelle finden Sie in der Fußzeile des Beitrags.

- Alle Beiträge dieser Ausgabe finden Sie hier.

Seit über 15 Jahren entwickeln erfahrene Pädagoginnen und Pädagogen kreative Ideen und Konzepte inkl. sofort einsetzbarer Unterrichtsverläufe und Materialien für verschiedene Reihen der Ideenbörse.

- Informationen zu den Print-Ausgaben finden Sie hier.

* Ausgaben bis zum Jahr 2015 erschienen bei OLZOG Verlag GmbH, München

Beitrag bestellen

- Klicken Sie auf die Schaltfläche **Dokument bestellen** am oberen Seitenrand.
- Alternativ finden Sie eine Volltextsuche unter www.eDidact.de/sekundarstufe.

Piktogramme

In den Beiträgen werden – je nach Fachbereich und Thema – unterschiedliche Piktogramme verwendet. Eine Übersicht der verwendeten Piktogramme finden Sie hier.

Nutzungsbedingungen

Die Arbeitsmaterialien dürfen nur persönlich für Ihre eigenen Zwecke genutzt und nicht an Dritte weitergegeben bzw. Dritten zugänglich gemacht werden. Sie sind berechtigt, für Ihren eigenen Bedarf Fotokopien in Klassensatzstärke zu ziehen bzw. Ausdrucke zu erstellen. Jede gewerbliche Weitergabe oder Veröffentlichung der Arbeitsmaterialien ist unzulässig.

- Die vollständigen Nutzungsbedingungen finden Sie hier.

Sekundarstufe

Haben Sie noch Fragen? Gerne hilft Ihnen unser Kundenservice weiter:

Kontaktformular | Mail: service@eDidact.de
Post: Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG
E.-C.-Baumann-Straße 5 | 95326 Kulmbach
Tel.: +49 (0)9221 / 949-204 | Fax: +49 (0)9221 / 949-377
http://www.eDidact.de | https://www.bildung.mgo-fachverlage.de

Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu linearen Gleichungen | **1.13**

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- *Die Schüler festigen und vertiefen die unverzichtbare Fertigkeit, die Lösungsmenge einer linearen Gleichung sicher und zügig zu bestimmen.*
- *Die Schüler erhalten dabei Gelegenheiten, auf unterschiedlichem Niveau zu üben.*
- *Die Schüler lernen einfache Grundlagen der Gleichungslehre kennen. Danach werden sie Lösungen und auch Proben in angemessener Form darstellen.*

Zentrales Anliegen:

Zur Aufarbeitung persönlicher **Schwächen** wie auch zur besonderen **Vertiefung** sind die folgenden Arbeitsblätter für begleitete individuelle Schülerarbeit gedacht. Sie können aber auch zur **Diagnose** eingesetzt werden, wenn unklar ist, wie weit ein Schüler mit dem entsprechenden Sachverhalt vertraut ist.

Thema ist die Bestimmung der Lösungsmenge einer linearen Gleichung. Die algebraischen Grundstrukturen sind additive Gruppen, multiplikative Gruppen und Körper von Zahlen. Entsprechend werden nacheinander Gleichungen $x + a = b$ und $ax = c$ und $ax + b = c$ behandelt.

Schüler sollen nicht nur die zur Bestimmung der Lösungsmenge benötigte Rechentechnik sicher beherrschen, sie können hier auch erfolgreich in grundlegende Sachverhalte der Gleichungslehre eingeführt werden. Diese Grundlegung soll natürlich so einfach wie möglich, aber nicht verkürzend geschehen. Wenn Gleichungen ein taugliches Werkzeug zur Bearbeitung realitätsnaher Aufgaben werden sollen, kann beispielsweise keinesfalls auf die Beachtung der Grundmenge verzichtet werden.

Das zentrale Thema ist die Bestimmung der Lösungsmenge einer Gleichung $ax + b = c$. Dabei soll vermittelt werden, dass drei Fälle unterschieden werden können:

I. Es gibt genau ein Lösungselement.
II. Es gibt kein Lösungselement. Die Gleichung ist unerfüllbar.
III. Die Grundmenge ist Lösungsmenge. Die Gleichung ist allgemeingültig bezüglich der Grundmenge.

Vorgegebene Gleichungen müssen im Allgemeinen erst durch Äquivalenzumformungen auf die Form $ax + b = c$ gebracht werden. Dass dabei Kommutativgesetze, Assoziativgesetze, die Existenz und Eindeutigkeit der Gegenzahl und der Kehrzahl unverzichtbar sind, wird zuerst nicht besonders thematisiert. Andererseits sollte die Bedeutung dieser Gesetze in einem etwas anspruchsvolleren Unterricht, der auf **Verständnis** zielt, zu einem dafür günstigen Zeitpunkt dargestellt werden. Dabei ist es hilfreich, wenn als Gegenbeispiel eine sehr einfache Struktur vorgelegt wird, in der einige dieser Gesetze nicht erfüllt sind. Dies hat durchaus überraschende Konsequenzen, die erfahrungsgemäß einige Schüler motivieren werden, selbstständig erfolgreich weiterzuforschen. Selbstvertrauen und Freude entstehen, wenn ihnen Gelegenheit gegeben wird, über ihre Erkenntnisse zu berichten.

Einordnung:

Einige Übungsblätter liefern bei der Einführung linearer Gleichungen einfaches Übungsmaterial. Andere Blätter sind etwas anspruchsvoller. Weitere sind dazu geeignet, nach der Behandlung der binomischen Formeln oder der Einführung der Quadratwurzeln an lineare Gleichungen zu erinnern. **Nachhaltigkeit** kann realisiert werden, wenn grundlegende Kenntnisse immer wieder aktiviert werden. Die vorliegende Aktivierung ist **produktives Üben** im besten Sinne.

1.13	**Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu linearen Gleichungen**

Vorüberlegungen

Es werden auch Arbeitsblätter vorgelegt, bei deren Bearbeitung Schüler mit einfachen und unverzichtbaren Grundbegriffen der Theorie der Gleichungen vertraut gemacht werden. Daneben gibt es Blätter, mit denen tiefere Einblicke gewonnen werden können.

Die einzelnen Unterrichtsschritte im Überblick:

1. Schritt: Die einfachsten Typen $x + b = c$ und $ax = c$ werden in der Grundform $ax + b = c$ zusammengefasst. (**Arbeitsblätter** siehe **M1 und M2**)
Zu Gleichungen können Rechengeschichten erfunden werden. Es zeigt sich, dass deren „natürliche“ Lösungswege den formalen Verfahren der Gleichungslehre entsprechen können. (**Arbeitsblatt** siehe **M3**)

2. Schritt: Mithilfe einfacher Äquivalenzumformungen wird die Grundform $ax + b = c$ hergestellt. Hier wird mit ganzen Zahlen und mit Dezimalzahlen gearbeitet. (**Arbeitsblatt** siehe **M4**)

3. Schritt: Was kann über mögliche Lösungsmengen ausgesagt werden? (**Arbeitsblatt** siehe **M5**)
Es wird das zur Behandlung linearer Gleichungen unverzichtbare Grundwissen der Gleichungslehre zusammengestellt. Dazu gehört auch eine angemessene Darstellung einer Probe. (**Arbeitsblätter** siehe **M6 und M7**)

4. Schritt: Um nachhaltiges Lernen zu ermöglichen, werden mannigfache Übungen angeboten. Dabei dürfen einfache Übungen ohne binomische Formeln nicht fehlen.
(**Arbeitsblatt** siehe **M8**)
Für viele Lernende ist die Multiplikation zweier Summen eine besondere Herausforderung.
(**Arbeitsblatt** siehe **M9**)
Können kann auch dadurch gezeigt werden, dass Lösungsmengen einfacher Gleichungen weitgehend im Kopf bestimmt werden. (**Arbeitsblatt** siehe **M10**)
Lineare Gleichungen können auch mit Wurzeln gebildet werden. (**Arbeitsblatt** siehe **M11**)
Gleichungen und Ungleichungen werden nebeneinander bearbeitet. (**Arbeitsblatt** siehe **M12**)

5. Schritt: Es ist lehrreich, fehlerhafte Rechnungen zu korrigieren. Die Sonderrolle der Zahl 0 wird in der Praxis zwar erst später gelegentlich eine verheerende Rolle spielen, es mag aber nützlich sein, schon früh auf dieses Problem einzugehen. (**Arbeitsblätter** siehe **M13**)

6. Schritt: Viele Schüler sind durchaus bereit, sich selbst Aufgaben auszudenken. Dies soll gefördert werden. (**Arbeitsblatt** siehe **M14**)

7. Schritt: Legen wir die Zahlen eines Minimaltaschenrechners zugrunde, wird die Bedeutung der Rechengesetze deutlich. Besonders interessierte Schüler können zu eigenem erfolgreichen Forschen angeregt werden. (**Arbeitsblätter** siehe **M15 bis M17**)

Zu allen Aufgaben sind Lösungen angegeben (siehe **M18**).

Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu linearen Gleichungen	1.13
Arbeitsblatt 1	M1

Elementare Grundformen linearer Gleichungen

Grundmenge sei die Menge **Q** der rationalen Zahlen. Ermittle jeweils die Lösungsmenge.

Beispiel 1:

a) $x + 5{,}2 = 8{,}3$

b) $x - 7 = 13$

Lösung:

Mithilfe einer Gegenzahl wird eine äquivalente Gleichung gewonnen, deren Lösungsmenge mühelos angegeben werden kann.

a)
$$\begin{aligned} x + 5{,}2 &= 8{,}3 \quad \vert + (-5{,}2) \\ x + 5{,}2 - 5{,}2 &= 8{,}3 - 5{,}2 \\ x + 0 &= 3{,}1 \\ x &= 3{,}1 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{3{,}1\}$

b)
$$\begin{aligned} x - 7 &= 13 \\ x + (-7) &= 13 \quad \vert + (+7) \\ x - 7 + 7 &= 13 + 7 \\ x + 0 &= 20 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{20\}$

Beispiel 2:

a) $3x = -36$

b) $-\frac{2}{5}x = 22$

Lösung:

Mithilfe einer Kehrzahl wird eine äquivalente Gleichung gewonnen, deren Lösungsmenge mühelos angegeben werden kann.

a)
$$\begin{aligned} 3x &= -36 \quad \vert \cdot \frac{1}{3} \\ 3 \cdot \frac{1}{3}x &= -36 \cdot \frac{1}{3} \\ 1x &= -12 \\ x &= -12 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{-12\}$

b)
$$\begin{aligned} -\frac{2}{5}x &= 22 \quad \vert \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \\ \frac{-5}{2} \cdot \frac{-2}{5}x &= 22 \cdot \frac{-5}{2} \\ 1x &= -55 \\ x &= -55 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{-55\}$

Aufgabe:

Grundmenge sei die Menge der rationalen Zahlen. Ermittle die Lösungsmengen in ausführlicher Darstellung.

a) $x + 2 = 7$
b) $x - 11 = 18$
c) $457 = x - 51$
d) $43 = 6 + x$
e) $x + 0{,}6 = 3{,}5$
f) $17x = 153$
g) $3x = 6030$
h) $4035 = 5x$
i) $0{,}25x = 2$
j) $0{,}6x = 30$
k) $-33 = 6x$
l) $13 - x = 15$
m) $0{,}36 = 1{,}2x$
n) $0{,}4 - 8x = 0$
o) $0{,}5x = -1{,}75$
p) $0{,}44 = 1{,}1x$
q) $35x = 3{,}5$
r) $2 + x - 3{,}5 = 0$

1.13	Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu linearen Gleichungen
M2	Arbeitsblatt 2

Die Grundform einer linearen Gleichung

Beispiel:
Grundmenge sei die Menge der rationalen Zahlen. Ermittle die Lösungsmenge.

$2x + 14 = 29$

1. Lösungsweg:

$$\begin{aligned} 2x + 14 &= 29 && \mid -14 \\ 2x &= 15 && \mid :2 \\ x &= 7{,}5 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{7{,}5\}$

Andere Darstellung:

$$\begin{aligned} 2x + 14 &= 29 && \mid + (-14) \\ 2x &= 15 && \mid \cdot \frac{1}{2} \\ x &= 7{,}5 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{7{,}5\}$

2. Lösungsweg:

$$\begin{aligned} 2x + 14 &= 29 && \mid :2 \\ x + 7 &= 14{,}5 && \mid -7 \\ x &= 7{,}5 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{7{,}5\}$

Andere Darstellung:

$$\begin{aligned} 2x + 14 &= 29 && \mid \cdot \frac{1}{2} \\ x + 7 &= 14{,}5 && \mid + (-7) \\ x &= 7{,}5 \end{aligned}$$

Lösungsmenge: $L = \{7{,}5\}$

Der 1. Lösungsweg kann „einfacher" genannt werden als der 2. Lösungsweg, denn hier sind zwei Rechenoperationen auszuführen (eine Addition, eine Multiplikation), beim 2. Lösungsweg aber drei Rechenoperationen (zwei Multiplikationen, eine Addition).

Aufgabe:
Grundmenge sei die Menge der rationalen Zahlen. Ermittle die Lösungsmengen.

a) $5x - 13 = 17$
b) $12x + 36 = 24$
c) $7x - 77 = 7777$
d) $12x + 17 = 17$
e) $4 = 10 - 2x$
f) $0{,}3x + 0{,}4 = 0{,}67$
g) $13x + 27 = 40$
h) $9x - 27 = 27$
i) $23 \cdot (5 - 7) - 4 = 5x$
j) $24 - 5x + 57 = 43 - 57$
k) $\frac{1}{3} x - 3 = \frac{1}{3}$
l) $0{,}2x - \frac{2}{5} = 1$
m) $3x : 0{,}6 + 3{,}3 = 8{,}3$
n) $4x = 12 : 4 - 11$
o) $\frac{2}{3} x + \frac{3}{2} x - \frac{1}{3} = 4$
p) $\frac{5}{8} x - \frac{1}{3} x + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = 0$
q) $9 = \frac{1}{3} x - 3$
r) $\frac{2}{3} x + 3 = 5$
s) $x : 0{,}1 + 5 = 15$
t) $2x = 12 : 6 - 36 : 9$
u) $2{,}9\overline{3} + x = 1$
v) $0{,}\overline{6}x + 6 = 3$
w) $x + 2{,}0\overline{6} = 3$
x) $0{,}\overline{45}\, x - 1 = 0$

