eDidact
Dokument bestellen
Ähnliche suchen

Arbeitsmaterialien für Lehrkräfte

Kreative Ideen und Konzepte inkl. fertig ausgearbeiteter Materialien und Kopiervorlagen für einen lehrplangemäßen und innovativen Unterricht

Thema: Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe: 11

Titel: Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen (27 S.)

VORSCHAU

Produkthinweis zur »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe«

Dieser Beitrag ist Teil einer Print-Ausgabe aus der »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe« der Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG*. Den Verweis auf die jeweilige Originalquelle finden Sie in der Fußzeile des Beitrags.

- Alle Beiträge dieser Ausgabe finden Sie hier.

Seit über 15 Jahren entwickeln erfahrene Pädagoginnen und Pädagogen kreative Ideen und Konzepte inkl. sofort einsetzbarer Unterrichtsverläufe und Materialien für verschiedene Reihen der Ideenbörse.

- Informationen zu den Print-Ausgaben finden Sie hier.

* Ausgaben bis zum Jahr 2015 erschienen bei OLZOG Verlag GmbH, München

Beitrag bestellen

- Klicken Sie auf die Schaltfläche **Dokument bestellen** am oberen Seitenrand.
- Alternativ finden Sie eine Volltextsuche unter www.eDidact.de/sekundarstufe.

Piktogramme

In den Beiträgen werden – je nach Fachbereich und Thema – unterschiedliche Piktogramme verwendet. Eine Übersicht der verwendeten Piktogramme finden Sie hier.

Nutzungsbedingungen

Die Arbeitsmaterialien dürfen nur persönlich für Ihre eigenen Zwecke genutzt und nicht an Dritte weitergegeben bzw. Dritten zugänglich gemacht werden. Sie sind berechtigt, für Ihren eigenen Bedarf Fotokopien in Klassensatzstärke zu ziehen bzw. Ausdrucke zu erstellen. Jede gewerbliche Weitergabe oder Veröffentlichung der Arbeitsmaterialien ist unzulässig.

- Die vollständigen Nutzungsbedingungen finden Sie hier.

Sekundarstufe

Haben Sie noch Fragen? Gerne hilft Ihnen unser Kundenservice weiter:
Kontaktformular | Mail: service@eDidact.de
Post: Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG
E.-C.-Baumann-Straße 5 | 95326 Kulmbach
Tel.: +49 (0)9221 / 949-204 | Fax: +49 (0)9221 / 949-377
http://www.eDidact.de | https://www.bildung.mgo-fachverlage.de

MEDIENGRUPPE OBERFRANKEN
FACHVERLAGE

Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen	1.14

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- *Die Schüler festigen und vertiefen durch produktives Üben die unverzichtbare Fertigkeit, die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung sicher und zügig zu bestimmen.*
- *Sie erhalten Gelegenheiten, auf unterschiedlichem Niveau zu üben und zu vertiefen.*
- *Sie erfahren, dass „Wie* ***muss*** *ich diese mathematische Aufgabe bearbeiten?“ eine unangemessene Frage ist. Möglichst viele Schüler sollten in der Lage sein, auch bei der Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung mindestens zwei Lösungswege anzugeben.*

VORSCHAU

Das Vermeiden unnötigen Rechnens
ist eine Komponente des Könnens.

Zentrales Anliegen:

Gelegentlich wird die Meinung vertreten, es sei hinreichend, wenn Schüler die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung mithilfe eines Taschenrechners ermitteln können. Wird dabei nicht billigend in Kauf genommen, dass Schüler bei der Beschäftigung mit quadratischen Gleichungen keine **Freude an eigener Leistung** erleben können? Dabei handelt es sich hier um einen Inhalt, bei dem (in entsprechendem Unterricht) nicht nur an Mathematik besonders interessierte Schüler Anerkennung finden können, wenn sie einen rechnungsarmen Lösungsweg gefunden und dessen Vorteile auch vor der Klasse erfolgreich dargelegt haben. Neben einfachen Gleichungen gibt es auch solche, bei denen beträchtliches rechnerisches Geschick benötigt wird. Kurz: Die Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung kann **allen Schülern erfolgreiches selbstständiges Arbeiten** ermöglichen – scheitern muss nicht sein, denn der Ausweg „Mitternachtsformel“ steht immer offen. An einer allgemeinbildenden Schule darf das starre Abarbeiten einfacher Routineaufgaben nicht zum Ziel gesetzt werden. **Lust am eigenen Denken** kann im Mathematikunterricht entstehen, wenn es Schülern ermöglicht wird, sich mit einigen ausgewählten Inhalten so intensiv zu beschäftigen, dass nicht nur sicheres, sondern sogar vorteilhaftes Arbeiten möglich wird.

Voraussetzung dafür ist, dass zu einem solchen Inhalt gehörende Probleme nicht auf einem einzigen Routineweg abgearbeitet werden müssen, sondern unter mehreren Lösungswegen ein für die vorliegende besondere Situation angemessener auswählt werden kann. Die Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung hat diese Eigenschaft. Die Auswahl eines für eine konkret vorliegende Gleichung vorteilhaften Lösungsweges erfordert Anstrengung; eine erfolgreiche Auswahl hat deshalb besondere Anerkennung verdient. Damit die Schüler **Freude durch eigene Leistung** erleben können, sollten unterschiedliche Lösungswege für sie nicht nur nachvollziehbar, sondern sogar durchschaubar sein. Dann können die Lösungswege verständlich vorgestellt werden und es kann sich eine Diskussion über Vor- und Nachteile anschließen. Man kann immer wieder erleben, dass die geschickte Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung zu einem fruchtbaren Wettbewerb innerhalb der ganzen Klasse anregen kann.

Einordnung:

Es gibt mehrere Methoden, die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung zu bestimmen. Wer mehrere Wege kennt, kann eine vorgelegte konkrete Gleichung analysieren, danach einen vorteilhaften Weg anwenden und die Wahl begründen.

Hauptschule, Realschule, Gymnasium: Konzepte, Arbeitsblätter, Kopiervorlagen, Unterrichtsentwürfe

(c) Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG

1.14	Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen

Vorüberlegungen

Lässt es die Situation der Klasse zu, tiefer in quadratische Gleichungen einzudringen, kann aus dem vorliegenden Material ausgewählt werden. Auch schwächere Schüler können erfolgreich sein, besonders befähigte können sich erproben, denn es finden sich Aufgaben zu jedem sinnvollen Schwierigkeitsgrad. Die Zahlen sind alle so gewählt, dass Taschenrechner entbehrlich sind. Aus dem sehr reichhaltigen Aufgabenmaterial kann eine sinnvolle Auswahl getroffen werden. Ausführliche Lösungen erlauben ein **selbstständiges Arbeiten der Schüler**.

Durch die jeweils spezifischen Ansätze erfüllt das vorliegende Übungsmaterial eine wesentliche pädagogische Forderung: Es ermöglicht **produktives Üben**.

VORSCHAU

Die einzelnen Inhalte im Überblick:

Arbeitsblatt 1: Reinquadratische Gleichungen
Besonders aufschlussreich sind reinquadratische Gleichungen: Hier werden grundlegende Ideen deutlich. (**Arbeitsblätter** siehe **M1 und M2**; **Lösungen** siehe **M3)**

Arbeitsblatt 2: Quadratische Ergänzung
Das bei der Bearbeitung einer reinquadratischen Gleichung erworbene Wissen genügt, um nach einer quadratischen Ergänzung die Lösungsmengen quadratischer Gleichungen zu bestimmen. (**Arbeitsblätter** siehe **M4 und M5**; **Lösungen** siehe **M6**)

Arbeitsblatt 3: Gleichungen in Produktform
Die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung lässt sich besonders vorteilhaft ermitteln, wenn die Gleichung in Produktform angegeben ist. (**Arbeitsblätter** siehe **M7 und M8**; **Lösungen** siehe **M9**)

Arbeitsblatt 4: Formeln
Für eine Formel können die Normalform $ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$
oder die normierte Normalform $x^2 + px + q = 0$ zugrunde gelegt werden.
Jede hat Vorteile und Nachteile gegenüber der anderen. **(Arbeitsblätter** siehe **M10 und M11**; **Lösungen** siehe **M12 und M13**)

Arbeitsblatt 5: Übungen
Hier findet man Aufgaben von unterschiedlichem Anspruchsniveau. Bei einigen genügt oft ein Blick, andere sind echte Herausforderungen. Lernende benötigen Material, mit dem sie üben, jeweils einen rechnungsarmen Weg zu wählen. Weiter gibt es hier ein Arbeitsblatt zu Substitutionen. (**Arbeitsblätter** siehe **M14 bis M19**; **Lösungen** siehe **M20 bis M25**)

(c) Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG

Reinquadratische Gleichungen I

Eine Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ mit festen reellen Zahlen a, b und c und $a \neq 0$ heißt eine *quadratische* Gleichung mit der Variablen x. Man nennt a und b die Koeffizienten und c das Absolutglied.
Ist $b = 0$, dann handelt es sich um eine *reinquadratische* Gleichung.
Soll $b \neq 0$ hervorgehoben werden, sprechen wir von einer *gemischtquadratischen* Gleichung.

Fundamentale Aussagen
Es gibt keine reelle Zahl, deren Quadrat negativ ist.
Zwei Zahlen, die den gleichen Betrag, aber unterschiedliche Vorzeichen haben, haben das gleiche Quadrat.
Beispiel: $(-3)^2 = 9$ und $(+3)^2 = 9$

VORSCHAU

Vorgegeben sei die **reinquadratische Gleichung** $x^2 = r$ bezüglich der Grundmenge **R**.
Für die Lösungsmenge können drei Fälle unterschieden werden:
Ist $r > 0$, dann ergibt sich die Lösungsmenge $L = \{-\sqrt{r};\ +\sqrt{r}\}$.
Ist $r = 0$, dann ergibt sich die Lösungsmenge $L = \{0\}$.
Ist $r < 0$, dann ergibt sich die Lösungsmenge $L = \{\ \}$.

Beispiel 1:
Grundmenge sei **R**. Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:
a) $x^2 - 3 = 0$ b) $x^2 = 0$ c) $x^2 + 4 = 0$

Lösung:
a) $x^2 - 3 = 0$
$x^2 = 3$
$L = \{-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\}$

b) $x^2 = 0$
$L = \{0\}$

c) $x^2 + 4 = 0$
$x^2 = -4$
$L = \{\,\}$

Aufgabe 1:
Grundmenge sei **R.** Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

a) $x^2 - 64 = 0$
b) $x^2 - 25 = 144$
c) $x^2 - 25 = -16$
d) $2x^2 - 54 = 0$
e) $(x - 3)(x + 3) = 16$
f) $3{,}5x^2 = 0$
g) $4x^2 + 4 = 0$
h) $13x^2 + 6 = 6$
i) $3x^2 - 36 = 2x^2 + 36$
j) $2x^2 - 16 = 3x^2 + 9$
k) $(x - 12)(x + 12) = 25$
l) $25 - x^2 = x^2 - 25$
m) $(x + 4)(x - 4) = 345$
n) $x^2 = (x + 4)^2$

1.14	Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen
M2	Arbeitsblatt 1 (2)

Reinquadratische Gleichungen II

Eine fundamentale Aussage
Für alle Zahlen u und v gilt: Ist $u^2 = v^2$, so ist $u = v$ oder $u = -v$.
Die Aussage „Es ist $u = v$ oder $u = -v$" heißt disjunktive Aussage. Sie wird aus zwei Teilaussagen mithilfe des Bindeworts „oder" gebildet. Dabei handelt es sich um das „einschließende Oder", das bedeutet, dass die Aussage wahr ist, wenn mindestens eine der Teilaussagen wahr ist. Im Besonderen ist die Aussage auch dann wahr, wenn beide Teilaussagen wahr sind.

Eine Folgerung
Die Gleichung $x^2 = r$
und die *disjunktive Aussageform* $x = -\sqrt{r}$ oder $x = +\sqrt{r}$
sind gleichwertig.

VORSCHAU

Beispiel 2:
Grundmenge sei **R**. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $(x - 2)^2 = 36$.

<u>Lösung:</u>
$(x - 2)^2 = 36$
Gleichwertig ist: $x - 2 = -6$ oder $x - 2 = 6$.
1. Möglichkeit: $x - 2 = -6$ bringt ein erstes Lösungselement $x_1 = -4$
2. Möglichkeit: $x - 2 = 6$ bringt ein weiteres Lösungselement $x_2 = 8$
Lösungsmenge: $L = \{-4; 8\}$

<u>Andere Schreibweise</u>:
$(x - 2)^2 = 36$
$x - 2 = \pm 6$
$x_1 = +6 + 2 = 8$
$x_2 = -6 + 2 = -4$
Lösungsmenge: $L = \{-4; 8\}$

Aufgabe 2:
Grundmenge sei **R.** Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

a) $(x - 7)^2 = 100$
b) $(x + 8)^2 = 64$
c) $(x + 5)^2 = 0$
d) $(x + 12)^2 + 4 = 0$
e) $(7 - x)^2 = 49$
f) $(2 - x)^2 = 8$
g) $(3x + 5)^2 = 27$
h) $(2x + 3)^2 = 2{,}25$
i) $x^2 - 8x + 16 = 0$
j) $x^2 + 10x + 25 = 16$
k) $(3x + 12)^2 = (5x + 20)^2$
l) $(x - 3)^2 = 1$ oder $x^2 = 4$
m) entweder $(x - 3)^2 = 1$ oder $x^2 = 4$
n) $(x - 3)^2 = 1$ und $x^2 = 4$