

Arbeitsmaterialien für Lehrkräfte

Kreative Ideen und Konzepte inkl. fertig ausgearbeiteter Materialien und Kopiervorlagen für einen lehrplangemäßen und innovativen Unterricht

Thema: Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe: 15

Titel: Stochastik - eine pädagogische Chance (24 S.)

Produktinweis zur »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe«

Dieser Beitrag ist Teil einer Print-Ausgabe aus der »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe« der Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG*. Den Verweis auf die jeweilige Originalquelle finden Sie in der Fußzeile des Beitrags.

- ▶ Alle Beiträge dieser Ausgabe finden Sie [hier](#).

Seit über 15 Jahren entwickeln erfahrene Pädagoginnen und Pädagogen kreative Ideen und Konzepte inkl. sofort einsetzbarer Unterrichtsverläufe und Materialien für verschiedene Reihen der Ideenbörse.

- ▶ Informationen zu den Print-Ausgaben finden Sie [hier](#).

* Ausgaben bis zum Jahr 2015 erschienen bei OLZOG Verlag GmbH, München

Beitrag bestellen

- ▶ Klicken Sie auf die Schaltfläche **Dokument bestellen** am oberen Seitenrand.
- ▶ Alternativ finden Sie eine Volltextsuche unter www.eDidact.de/sekundarstufe.

Piktogramme

In den Beiträgen werden – je nach Fachbereich und Thema – unterschiedliche Piktogramme verwendet. Eine Übersicht der verwendeten Piktogramme finden Sie [hier](#).

Nutzungsbedingungen

Die Arbeitsmaterialien dürfen nur persönlich für Ihre eigenen Zwecke genutzt und nicht an Dritte weitergegeben bzw. Dritten zugänglich gemacht werden. Sie sind berechtigt, für Ihren eigenen Bedarf Fotokopien in Klassensatzstärke zu ziehen bzw. Ausdrucke zu erstellen. Jede gewerbliche Weitergabe oder Veröffentlichung der Arbeitsmaterialien ist unzulässig.

- ▶ Die vollständigen Nutzungsbedingungen finden Sie [hier](#).

Haben Sie noch Fragen? Gerne hilft Ihnen unser Kundenservice weiter:

[Kontaktformular](#) | ✉ Mail: service@eDidact.de

✉ Post: Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG
E.-C.-Baumann-Straße 5 | 95326 Kulmbach

☎ Tel.: +49 (0)9221 / 949-204 | 📠 Fax: +49 (0)9221 / 949-377

<http://www.eDidact.de> | <https://www.bildung.mgo-fachverlage.de>

Stochastik – eine pädagogische Chance

Im Jahre 2003 beschloss die Kultusministerkonferenz als Reaktion auf die Ergebnisse der PISA-Studie, bundesweite Bildungsstandards einzuführen. Nachdem in diesen Bildungsstandards nun Stochastik für alle Schularten gefordert wird, gibt es zurzeit eine Fülle von Vorschlägen für die Behandlung stochastischer Inhalte. Dabei ist nicht zu übersehen, dass viele dieser Vorschläge wiederum mit Blick auf PISA und andere Tests angelegt wurden. Daraus kann sich eine **Schiefelage** zugunsten des Blickes auf kurzfristig zu bestehende Tests und zu Lasten eines langfristigen **Bildungsgewinnes** des Schülers ergeben.

Daher soll den praxisnahen und leicht im Unterricht umzusetzenden Stochastikvorschlägen der Ideenbörse Mathematik über die dort jeweils schon angesprochene Reflexion hinaus hier eine **allgemeine Betrachtung zu einigen Aspekten der Stochastik** beigegeben werden. Sie sei eine Hilfe dafür, die pädagogische Chance, die in der aktuellen allgemeinen Aufmerksamkeit für die Stochastik liegt, auch tatsächlich zum Vorteil der Schüler und ihrer Bildung zu nutzen.

Gleichzeitig bietet dieser Artikel eine **Fülle von Beispielen** an, die Anlass für **Unterrichtsprojekte** sein können, die man aber auch in vieler anderer Weise im **Unterricht aufgreifen** kann.

(1) Mathematisieren ist Beschränken

Jeder spezielle, insbesondere jeder methodisch geführte Zugriff auf Welt ist gleichzeitig ein Ausschluss von Welt. Der mathematisierende Zugriff ist wohl der härteste. Daher vereint er auch die größte Sicherheit seiner Ergebnisse mit dem größten Ausschluss von Phänomenen aus seiner Betrachtung.

(Beispiele: Man denke etwa an eine arithmetische Berechnung einer Zeugnisnote aus Einzelnoten und daran, was dabei alles übergangen wird. Man denke an eine isolierte Stickstoffdüngung, die zwar sicher eine größere Pflanze erzeugt, aber auch eine andere, die nämlich in vielen für diesen Wachstumsmechanismus außer Betracht gebliebenen Aspekten verändert ist. Man denke an Voraussagen über Impffolgen, die möglich werden durch Bildung eines statistischen Kollektivs, in dem die einzelne Person nicht mehr im Blick ist; falls etwa jeder Zehntausendste bei der Impfung stirbt, ist über eine herausgegriffene Person und deren Wohlergehen oder Sterben nichts ausgesagt. Man denke schließlich auch an Fälle, in denen solches Vorgehen an seine Grenzen kommt, wenn etwa eine chemische Betrachtung bei bestimmten Salzgaben eine Änderung des pH-Wertes im Urin eines Menschen voraussagt, die gleiche Änderung aber auch meditativ herbeizuführen ist.)

Der Fruchtbarkeit mathematischer Modelle korrespondiert eine Beschränktheit ihrer Reichweite. Eben weil diese Modelle nur sehr wenig in den Blick nehmen, weil sie viel mehr ausschließen als berücksichtigen, können sie mit ihrer unvergleichlichen Sicherheit aufwarten, die Folgerungen als sichere Voraussagen erlaubt.

(Sicher ist etwa in obigem Beispiel die Gewichtszunahme der stickstoffgedüngten Pflanze. Die Voraussage, wie die gedüngte Pflanze aber insgesamt beschaffen ist, gelingt in dem Maße weniger, wie das „insgesamt“ umfassender gemeint ist. Oder nehmen wir die angesprochenen Noten: Wenn nur gerechnet wird, ist die Zeugnisnote sicher vorhersagbar. In dem Maße, in dem weniger ausgeschlossen wird, also die Person des Schülers und das Zustandekommen der Einzelnoten u.Ä. einbezogen wird, ist weniger vorhersagbar, wie ein Endurteil durch den Lehrer wohl lauten wird.)

Wenn aber mathematisierendes Vorgehen echte Früchte für die Menschen hervorbringen und nicht nutzlose oder gar schädliche Schösslinge treiben soll, dann dürfen wir uns durch die Eleganz und Sicherheit der Modelle nicht blenden lassen, sondern müssen vor allem im Blick behalten, was die Modelle nicht fassen können. Andernfalls besteht die Gefahr einer Verarmung, die Gefahr der Reduzierung der Welt auf mathematische Modelle. Diese Gefahr ist nicht nur hypothetisch zu bedenken, sondern sie ist

0.4

Stochastik – eine pädagogische Chance

das Problem unserer Zeit. Die Umweltgefährdung resultiert wesentlich auch aus Verwechslung der Welt mit mathematisch-naturwissenschaftlichen Modellen der Welt. Das Problem ist heute weit weniger, die mathematischen Modelle der Wirklichkeit noch besser anzupassen, als vielmehr, die Differenz zwischen Modell und Wirklichkeit im Bewusstsein wachzuhalten.

Die Stochastik ist ein in dieser Beziehung besonders problematisches Gebiet. Lassen wir die Mathematiker Davis und Hersh zu Worte kommen: „Die Statistik ... begann, als man der Bildung von Durchschnitten zustimmte. Bill wiegt 76 kg, John 86 kg und Bobby 72 kg. Ihr Durchschnittsgewicht beträgt 78 kg. ... Geht man von den drei Zahlen zu der einen Zahl über, so gehen Informationen und Bedeutungen verloren. ... Möglicherweise war die Weigerung der Menschen, diesen Verlust an Sinn für das Individuelle hinzunehmen, einer der Gründe für das späte Auftreten von Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik.“ [Davis/Hersh, S. 364]

Die Schule habe die Aufgabe, heißt es in einer Didaktik der Wahrscheinlichkeitsrechnung, „eine Grundbildung zu vermitteln, die auf ein mathematisches Erfassen unserer Wirklichkeit gerichtet ist“ [Kütting, S. 22]. Schauen wir den Satz ein wenig genauer an. Die Wirklichkeit (das Wirkende, das die Phänomene hervorbringt, die wir beobachten) fassen wir ja gerade nicht mit mathematischen Modellen. Wir fragen ja gerade nicht, was Magnetismus ist, können mit mathematischen Modellen Leben nicht fassen. Nur das Bewirkte, das Gewordene stellen wir fest und ordnen es in unseren Modellen. Vergessen wir das, dann verlieren wir die Wirklichkeit aus dem Blick und verlieren sie überhaupt. Dann besteht unsere Welt, unsere Wirklichkeit (im Sinne des Zitates) schließlich nur noch aus dem mathematisch Erfassbaren, und der zitierte Satz hat totale Gültigkeit, weil wir nur noch mathematisch Erfassbares kennen.

In der angeführten Didaktik wird ein Ausspruch von Lord Kelvin zitiert, der nicht-mathematisches Wissen generell abqualifiziert: „Wenn Du das, worüber Du sprichst, messen und in Zahlen ausdrücken kannst, so weißt Du einiges darüber; wenn Du es aber nicht messen und nicht in Zahlen ausdrücken kannst, so ist Dein Wissen recht mager und unbefriedigend.“ [Kütting, S. 22] Die wesentliche Frage aber ist doch die, ob es sich um Wissen handelt, das grundsätzlich in Zahlen ausdrückbar ist, dessen Intention Zahlen überhaupt gerecht werden können; die andere, die pauschale Frage ist völlig leer für die Beurteilung dieses Wissens. Ist Wissen um Freude und Leid von Menschen mager, weil es nicht quantifizierbar ist? Oder nehmen wir ein Beispiel aus dem Bereich der mathematisierenden Wissenschaften selbst: Ist das Wissen um die Relevanz der Heisenberg'schen Unschärferelation mager, weil es nicht in Zahlen ausdrückbar ist?

Der Ausspruch Kelvins ist vor dem Hintergrund seiner naturwissenschaftlichen Leistungen gut verständlich und er hat in diesem Umfeld seinen guten Sinn. Aber nehmen wir zum Beispiel seine Temperaturskala: Für den Menschen ist eben mit einer Temperaturangabe in Grad Kelvin noch nicht alles gesagt, diese Zahlenangabe selbst ist vielmehr mager, wenn es um das Wissen über das Wohlbefinden des Menschen in einer Situation geht. Und gerade bei der Behandlung stochastischer Fragen im Unterricht ist ein Bewusstsein über Relevanz und Grenzen von mathematischen Modellen von zentraler Bedeutung. Sowohl für die Lebensgestaltung jedes Schülers als auch für die Gesellschaft ist es wichtiger als das technische Wissen um die Anwendung entsprechender Kalküle.

Es ist ein eigenartiger Widerspruch, dass man heute einerseits beobachten kann, dass der Glaube der Pythagoräer, der Kosmos sei in Zahlen zu fassen, belächelt wird, andererseits aber Aussagen wie das Kelvin-Zitat durchaus generelle Anerkennung finden.

„Ist es vielleicht im Grunde nichts anderes als moderne Magie, wenn der Mensch durch die Zauberformel der Mathematik sich technisch der Wirklichkeit zu bemächtigen sucht, um sich gegen sie im Ganzen und Letzten abzusichern?“ [Beck, S. 14], fragt der Philosoph Heinrich Beck und spricht damit die Gefahr an, die aus der Verkennung der Grenzen mathematisierenden Vorgehens erwächst: Wir versuchen, die Mathematik zur technischen Seins-Konstruktion einzusetzen – dem untauglichen aber gefährlichen Versuch, Wirklichkeit technisch in den Griff zu bekommen.

Sprechen wir das Problem aus anderer Richtung an. Unser Versagen im Umgang mit Wissenschaft und darauf beruhender Technik kann man an der Verwechslung von Zielen und Mitteln ablesen. Soweit Wissenschaft und Technik dazu dienen sollen, unsere Lebensbedingungen zu verbessern, müssen sie notwendigerweise Mittel für vorher gesetzte Ziele bereitstellen. Diese Mittel dürfen nicht mit den Zielen verwechselt werden. (Eine Maschine ist nicht sinnvoll, weil sie läuft, sondern nur insoweit sie einen sinnvollen Zweck erfüllt.) Doch gerade das geht heute vor. Die Mittelbereitstellung war so erfolgreich, dass sie uns mehr und mehr in ihren Bann zog und schließlich vergessen ließ, dass wir zum Beispiel zwar Straßen bauen, diese aber keine Wege für uns darstellen, da uns die Ziele fehlen bzw. sie gerade durch diesen Straßenbau zerstört wurden. Hans Mohr spricht dieses Problem als Grenzüberschreitung der Wissenschaftler an, die uns ihre Mittel als Ziele aufdrängen wollen, die Wertungen als wissenschaftlich ausgeben, die wissenschaftlich gar nicht fassbar sind. Er mahnt die Wissenschaftler: „Die meisten unserer Mitbürger wünschen aber keineswegs, dass die Wissenschaftler ihnen sagen, was sie tun sollen. Vielmehr wünschen sie, dass wir ihnen präzise und verlässlich sagen, wie sie das tun könnten, was sie tun wollen.“ [Mohr]

Auf den Stochastikunterricht bezogen hieße das, im Bewusstsein von Relevanz und Grenzen stochastischer Modelle dann präzise und verlässlich mit diesen Modellen zu arbeiten. Das geht natürlich nur, wenn im Unterricht auch ausreichendes Verständnis für Umfeld und Kalkül entwickelt wird.

Denn als allgemeines Ziel bleibt festzuhalten, dass sowohl die späteren Wissenschaftler als auch die Abnehmer ihrer Ergebnisse um die Grenzen von Wissenschaft wissen müssen, damit die Wissenschaft ihrer Aufgabe, Hilfe zur Aufklärung zu leisten, nachkommen kann. Schon Kant beschreibt den Weg zur Mündigkeit mit der Forderung „Habe Mut, dich deines eigenen Verstandes zu bedienen.“ Da ist kein Platz für eine magische Zauberformel (s.o. Beck) der Mathematik.

Hilfreich zur Verständigung über die eigene Situation ist ein Blick in die Geschichte. Descartes war einer der Väter mathematisierenden Zugriffs auf die Welt. Er erträumte sich von den Wissenschaften die Schaffung einer paradiesischen Erde. „Ohne jede Mühe“ und bei bester Gesundheit sollten die Menschen die Früchte der Erde genießen können, wenn die Wissenschaften erst genügend weit entwickelt wären [Descartes, S. 100]. Aber er wäre erschüttert, wenn er sehen müsste, wie wir durch die Blindwütigkeit unserer durch mathematische Modelle möglichen Technik (auf dem Grunde seiner „mathesis universalis“ aufruhend) viele Früchte dieser Erde zerstören, die wir doch ohne Mühe genießen sollten. (Wenn er etwa sehen müsste, wie diese Technik sogar die Muttermilch vergiftet.) Wir müssen heute im Gegenteil größte Mühe daran wenden, um so grundwichtige Erdenfrüchte wie sauberes Wasser zum Trinken zu haben. Und saubere Luft, die die Grundlage bester Gesundheit wäre, gibt es längst nicht mehr. Descartes hat seine Wünsche aber vor dem selbstverständlichen (und von ihm explizit so angesprochenen) Hintergrund der immer schon mühelosen Erreichbarkeit solcher Dinge wie sauberes Wasser und saubere Luft formuliert. (Doch hatte sein Programm – wie so viele folgende – nur die Technik im Auge, dem Menschen mit seinen Wünschen und Möglichkeiten, seinen Begrenztheiten und Schwächen aber widmete er nicht die nötige Aufmerksamkeit.)

Dieser Blick auf eine Wurzel unseres naturwissenschaftlichen Zeitalters möge uns eindringlich mahnen, das Ziel, zu dem die Wissenschaften die Mittel liefern sollten, nicht aus dem Auge zu verlieren. Unabhängig davon, ob man nun meint, dass dieses Ziel ganz, teilweise oder nicht erreichbar sei, ob man ein „Ende des naturwissenschaftlichen Zeitalters“ [Pietschmann] sieht oder aber meint, das Descartes'sche Programm sei überhaupt erst noch zu verwirklichen mit den jetzt erst allmählich möglichen Hilfsmitteln, völlig unabhängig davon bleibt für die Schule die Aufgabe, dieses Problem nicht durch enge Abrichtung auf irgendwelche wissenschaftliche Methoden und Systeme zu verschütten.

Wie stark aber unsere Abrichtung auf Wissenschaft ohne Einsicht in ihre Grenzen ist, zeigte zum Beispiel R. Sexl mit seiner Frage nach der Möglichkeit einer Hohlwelttheorie, einer Theorie, die unsere Erde als Hohlkugel sieht in deren Mitte sich die Gestirne befinden. Alle Studenten sind felsenfest davon überzeugt, dass eine solche Theorie wissenschaftlich unhaltbar ist, obwohl sie zu einer Widerlegung kei-

0.4

Stochastik – eine pädagogische Chance

neswegs imstande sind. Denn: „So einfach ist die Widerlegung des alternativen Weltbildes leider nicht. Ja, eine Widerlegung im Sinne eines experimentellen Gegenbeweises kann es, wie wir gesehen haben, überhaupt nicht geben (oder dieser würde damit auch das übliche Weltbild widerlegen).“ [Sextl, S. 457] Sextl zeigt, dass auch übliche wissenschaftstheoretische Kriterien wie Einfachheit, Anschaulichkeit oder Willkürfreiheit, die man zugunsten des kopernikanischen Weltbildes vorbringen könnte, durchaus nicht zum Ziel führen. Es bedarf schon tiefschürfender wissenschaftstheoretischer Überlegungen, um tragende Gründe für das kopernikanische System und gegen die Hohlwelttheorie vorzubringen. [Sextl, S. 458 ff.]

Ist es dann nicht dogmatische Verkündigung, wenn wir unsere Schüler in das kopernikanische System einführen, ihnen die zugehörige wissenschaftstheoretische Diskussion aber in der Schule vorenthalten? Eine kurze Antwort auf diese Frage gibt es wohl nicht. Bestenfalls: Solange die Frage nach der Gültigkeit unserer Physik offengehalten wird, kann man sicher den Vorwurf des Dogmatismus abweisen. (Außerdem kann aus pädagogischen und didaktischen Gründen natürlich nicht immer und jederzeit jedes Modell in Frage gestellt werden.) Hier liegt ein zentrales Kriterium für die Auswahl von Unterrichtsinhalten vor. Wir sollten es bei der jetzt verstärkt in den Unterricht drängenden Stochastik von vornherein bedenken.

Unser Unterricht steht in der Gefahr, dass wir Schüler dazu erziehen, die mathematisierenden Wissenschaften als eine Schublade anzusehen, in die man bequemerweise all das hineinwirft, mit dessen Problematik man sich nicht mehr auseinandersetzen will. Das beschrieb Musil schon vor fünfzig Jahren: „Sie hatte dieses Wort wohl schon manchmal gehört, aber sie wusste nicht, was ein Bremsweg sei, und wollte es auch nicht wissen; es genügte ihr, dass damit dieser grässliche Vorfall in irgend eine Ordnung zu bringen war und zu einem technischen Problem wurde, das sie nicht mehr unmittelbar anging.“ [Musil, S. 11] Es kommt hier nicht darauf an, dass sie nicht wissen wollte, was ein Bremsweg sei. Im Gegenteil, möglicherweise wird der grässliche Vorfall für diejenigen, die ihn mit dem Wissen vom Bremsweg erklären können, noch eher zu einem Problem, das sie nicht mehr betrifft, da es aus der Sphäre des persönlichen Erlebens auf die Ebene intersubjektiv gültiger Naturgesetze gehoben wurde, noch sicherer zu einem Problem, „woraus in bemerkenswerter Weise nichts hervorgeht“ [Musil S. 9], denn für die intersubjektiv und zeitlos gültigen Dinge fühlt man im Gegensatz zu den von der eigenen Person abhängenden keine Verantwortung.

Darin liegt eine weitere Gefahr zu engen Unterrichtes: Dass wir die Möglichkeit eines Betroffenseins (und damit das Wachsen von Verantwortungsgefühl und Handlungswille) unserer Schüler gerade verhindern! Ein durch den Blick auf PISA und andere Tests bestimmter Unterricht aber ist zumeist ein in diesem Sinne viel zu enger Unterricht.

Damit sind wir an einen Punkt gelangt, an dem wir sehen, dass also auch die Mathematik durchaus ihre Relevanz hat für die Erziehung, die bis in Fragen etwa der Gefahr einer fatalistischen Haltung unserer Jugend hineinreicht. (Man hätte diesen Punkt etwa auch erreichen können, wäre man zu den Wurzeln unseres Verständnisses von Mathematik zurückgegangen; wenn man etwa, von dem Befund „Wir haben ein Defizit an Religiosität und Ethik“ ausgehend, viele Bereiche unseres Lebens daraufhin befragt hätte: „Was hat das mit Mathematik zu tun?“ [Picker])

Sicher war diese Darstellung nur eine grobe Skizze, aber sie zeigt wohl, dass es sich nicht um irgendwelche romantischen Träume handelt, wenn man der Mathematisierung in der Schule die ihr eigene Grenze deutlich zuordnet, dass es sich vielmehr um eine Forderung handelt, die einer Anerkennung des Lebens in seiner Vielfalt nicht ausweicht, die also gerade den Rückzug in falsche Träume verhindern will.

Eine letzte Bemerkung kann für Mathematiklehrer kurz ausfallen: Nur wer die Beschränkung einer Wissenschaft sieht, kann in ihr fruchtbar voranschreiten. Unzulässige Grenzüberschreitungen sind ja stets Verfehlungen gegen die eigene Methode des jeweiligen Gebietes. Erst die Frage nach der Reichweite einer wissenschaftlichen Aussage erlaubt, diese Aussage wirklich zu verstehen. Um es geschichtlich zu zeigen: Die Physik hat ja längst mechanistische Betrachtungen auf ihrem eigenen Terrain in die Schranken weisen müssen, um weiterzukommen.