

Arbeitsmaterialien für Lehrkräfte

Kreative Ideen und Konzepte inkl. fertig ausgearbeiteter Materialien und Kopiervorlagen für einen lehrplangemäßen und innovativen Unterricht

Thema: Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe: 15

Titel: Was ist Topologie? - oder: Mit Max Bill im Haus vom Nikolaus (13 S.)

Produktinweis zur »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe«

Dieser Beitrag ist Teil einer Print-Ausgabe aus der »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe« der Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG*. Den Verweis auf die jeweilige Originalquelle finden Sie in der Fußzeile des Beitrags.

- ▶ Alle Beiträge dieser Ausgabe finden Sie [hier](#).

Seit über 15 Jahren entwickeln erfahrene Pädagoginnen und Pädagogen kreative Ideen und Konzepte inkl. sofort einsetzbarer Unterrichtsverläufe und Materialien für verschiedene Reihen der Ideenbörse.

- ▶ Informationen zu den Print-Ausgaben finden Sie [hier](#).

* Ausgaben bis zum Jahr 2015 erschienen bei OLZOG Verlag GmbH, München

Beitrag bestellen

- ▶ Klicken Sie auf die Schaltfläche **Dokument bestellen** am oberen Seitenrand.
- ▶ Alternativ finden Sie eine Volltextsuche unter www.eDidact.de/sekundarstufe.

Piktogramme

In den Beiträgen werden – je nach Fachbereich und Thema – unterschiedliche Piktogramme verwendet. Eine Übersicht der verwendeten Piktogramme finden Sie [hier](#).

Nutzungsbedingungen

Die Arbeitsmaterialien dürfen nur persönlich für Ihre eigenen Zwecke genutzt und nicht an Dritte weitergegeben bzw. Dritten zugänglich gemacht werden. Sie sind berechtigt, für Ihren eigenen Bedarf Fotokopien in Klassensatzstärke zu ziehen bzw. Ausdrucke zu erstellen. Jede gewerbliche Weitergabe oder Veröffentlichung der Arbeitsmaterialien ist unzulässig.

- ▶ Die vollständigen Nutzungsbedingungen finden Sie [hier](#).

Haben Sie noch Fragen? Gerne hilft Ihnen unser Kundenservice weiter:

[Kontaktformular](#) | ✉ Mail: service@eDidact.de

✉ Post: Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG
E.-C.-Baumann-Straße 5 | 95326 Kulmbach

☎ Tel.: +49 (0)9221 / 949-204 | 📠 Fax: +49 (0)9221 / 949-377

<http://www.eDidact.de> | <https://www.bildung.mgo-fachverlage.de>

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- Die Schüler erhalten einen Einblick in die Topologie.
- Sie beschäftigen sich intensiv mit einem topologischen Problem, finden selbstständig Lösungsansätze und formulieren Regeln.

Zentrales Anliegen:

*Das Wissen ist nur ein Teil des Verstehens.
Wirkliches Verstehen kommt aus der praktischen Erfahrung.*
Dr. Seymour Papert, Professor für Lerntheorie am MIT, USA

Als Mathematiklehrkräfte haben wir es vor allem in der Mittelstufe häufig mit maulenden Schülern zu tun, und wir werden fast täglich im Unterricht mit der typischen Sinnfrage konfrontiert. Die im Folgenden als Module vorgestellten Unterrichtsideen sind kein grundsätzlicher Ausweg aus dieser Situation, aber sie bieten im Sinne der Lernpsychologie die Möglichkeit, die Rahmenbedingungen des Mathematiklernens so zu gestalten, dass Aha-Erlebnisse ausgelöst werden können. Damit kann das Gefühl des Erfolgs negative Seiten der Lerngegenstände überstrahlen. Aus dem Lernen-Müssen kann dann, gefühlsbedingt, ein Lernen-Wollen werden, selbst in der Mathematik.

Die vorgestellten Themen sind das Haus vom Nikolaus und in diesem Zusammenhang konkret auch das Königsberger Brückenproblem sowie die Kunst von Max Bill, der sich immer wieder bewusst mit dem mathematischen Thema der „unendlichen Schleife“ auseinandergesetzt hat. Diese Themen geben genügend Anregungen, um sich mit der Topologie zu beschäftigen.

Die Schüler erhalten auf interessante Art und Weise einen Einblick in das neue und für sie unbekanntes mathematische Gebiet und können in diesem unbekanntem Land auf Entdeckungstour gehen, ausprobieren und mit etwas Ausdauer schnell zu mathematischen Erfolgen kommen. Dabei ist es von Vorteil, dass alle Themen nicht abstrakt, sondern stets direkt be-greifbar sind. Ebenso ist ein Alltagsbezug gegeben.

Einordnung:

Die hier vorgestellten Unterrichtsideen sind alle aus alltäglichen Erlebnissen entstanden und flexibel in unterschiedlichen Klassenstufen und in verschiedenen Formen einsetzbar, z.B. projektartig vor Ferien, zur Förderung von mathematisch besonders interessierten und begabten Schülern oder auch als Themen zu gleichwertigen Feststellungen von Schülerleistungen (GFS).

Überblick über die Unterrichtsschritte:

Der Überblick enthält keine Unterrichtsschritte im eigentlichen Sinn, sondern Module, die in unterschiedlichen Klassenstufen unterrichtet werden können.

1. Modul: Über sieben Brücken musst du gehen oder: Wege durch das Haus vom Nikolaus
2. Modul: Max Bill: Ohne Anfang, ohne Ende

Unterrichtsplanung

1. Modul: Über sieben Brücken musst du gehen oder: Wege durch das Haus vom Nikolaus**Zeitaufwand:** projektartig etwa 4 bis 8 Schulstunden (M1 bis M6)

Auf die Idee, das mathematische Thema des Durchlaufens von Netzen ausführlicher zu behandeln, sind die Schüler einer 8. Klasse eines Gymnasiums gekommen, als sie im ITG-Unterricht als Einstieg in die Programmierung das Haus vom Nikolaus als Turtle-Grafik zeichnen mussten.

*Anmerkung:*

Die Turtle (engl. Schildkröte) ist ein Zeichenstift, den man über den Bildschirm steuern kann. Turtle-Grafiken kann man mit Pascal oder heute wohl eher mit Java programmieren. Ein Vorteil der Turtle-Programmierung ist es, dass die Schüler lediglich die Bewegungen des Stiftes (z.B. mit t.vor (Länge) oder t.rechts (Winkel)) eingeben müssen.

Zuerst standen einige Schüler vor dem Problem, wo man beginnen muss, wenn das Durchlaufen gelingen soll. Andere Schüler kannten noch andere als den Standard-Spruch „Das ist das Haus vom Ni-ko-la-us“ („Das ist ein wun-der-schö-nes Haus“ oder „Wer das nicht kann, kriegt kei-nen Mann“) und andere Formen vom Nikolaushaus, nämlich „Das ist das Haus vom Ni-ko-la-us mit ...-haus und Ka-min“ und „Das ist das Haus vom Ni-ko-la-us und ne-ben-an das vom Weih-nachts-mann“. Damit war der Kreativität keine Grenze mehr gesetzt. Um weitere Nikolaushäuser entstehen zu lassen, mussten sich die Schüler also Gedanken darüber machen, wann eine Figur in einem Zug gezeichnet werden kann.

Aus dieser damals noch ganz improvisierten, aber sehr ergiebigen Phase entstand für den Mathematikunterricht die folgende systematische Ausarbeitung mit der Erweiterung auf drei Beispiele (Haus vom Nikolaus, Königsberger Brückenproblem, Häuser mit Zimmern und Türen).

Alle Beispiele führen zu demselben mathematischen Thema, dem Durchlaufen von Netzen und den damit verbundenen mathematischen Fragestellungen:

- Wann kann ein Netz mit einem durchgehenden Weg durchlaufen werden?
- An welchem Knoten muss man beginnen, wenn das Durchlaufen gelingen soll?

Als Antworten auf diese Fragen könnten die Schüler folgende mathematische Sätze entdecken:

- Wenn ein Netz mehr als zwei ungerade Ecken (Knoten, von denen eine ungerade Anzahl von Kanten ausgeht) hat, dann kann es nicht von einem einzigen Weg durchlaufen werden. Oder äquivalent dazu: Ein Netz, das von einem einzigen Weg durchlaufen werden kann, hat höchstens zwei ungerade Ecken.
- Ein Netz, das nur gerade Ecken hat, kann von einem einzigen Weg durchlaufen werden.
- Hat ein Netz genau zwei ungerade Ecken, dann kann es von einem einzigen Weg durchlaufen werden; die beiden ungeraden Ecken sind dann der Anfangs- und Endpunkt.

Beim Einsatz ist es empfehlenswert, dass die Schüler in Gruppen jeweils ein Thema bearbeiten und ihre Ergebnisse dann präsentieren. Das hat neben allen methodisch-didaktischen und pädagogischen Aspekten auch den Vorteil, dass man die Ergebnisse ausstellen und der (Schul-)Öffentlichkeit präsentieren kann. Die Dauer für die Durchführung ist je nach Leistungsstand, Ideenreichtum und Durchhaltevermögen der Schüler sehr unterschiedlich und kann inklusive Gestaltung der Präsentation von vier bis weit über acht Stunden dauern, wenn man die Art der Präsentation freilässt.

3.15**Was ist Topologie? oder:
Mit Max Bill im Haus vom Nikolaus****Unterrichtsplanung***Anmerkung:**Ich habe bei der Durchführung der Gruppenarbeit im Unterricht an einem Gymnasium in der Mittelstufe ohne Vorgabe neben Plakaten auch Powerpoint-Präsentationen und sogar eigens erstellte Internetseiten erhalten, die bei einer öffentlichen Vorführung im Rahmen eines Schulfestes großen Beifall erhalten haben.***2. Modul: Max Bill: Ohne Anfang, ohne Ende****Zeitaufwand:** projektartig etwa 2 bis 4 Schulstunden (M7 bis M9)

Bisweilen erobern mathematische Objekte sogar die Kunst. Das Möbiusband erlangte Berühmtheit durch ein Bild von M.C. Escher, auf dem Ameisen auf einem geschlossenen Band wandern wie auf einer endlosen Rennstrecke. Doch diesmal steht nicht der bekannte Escher, sondern der den Schüler unbekannte Max Bill im Mittelpunkt einer Unterrichtseinheit zum Thema Mathematik und Kunst.



unendlichkeit

über 50 jahre lang arbeitete bill mit dem möbius'schen band, der „unendlichen schleife“. das prinzip dieser schleife ist bestechend einfach: das ende eines bandes wird um 180° axial gedreht und mit dem anderen ende zusammengefügt. das ende wird zum anfang, die obere seite geht in die untere seite über. mit der vergoldung dieser plastiken erzeugt bill eine homogenisierende wirkung und eine mit den spiegelungen einhergehende entmaterialisierung. zudem unterstreicht die wahl des kostbaren materials den anspruch auf dauerhafte gültigkeit. während er hier das mathematische prinzip einsetzt, führt er diese methode in seinen poetischen linienbildern auf ironische weise ad absurdum.

(Text zur Ausstellung von Max Bill, Stuttgart 2005)

Wo es sich anbietet, sollte man mathematische Ausflüge wahrnehmen. Deshalb wurde spontan die Idee geboren, mit einer 10. Gymnasialklasse in eine Sonderausstellung von Max Bill zu gehen und sich dort speziell mit den unendlichen Schleifen zu beschäftigen (Kaum ein anderer zeitgenössischer Künstler hat sich so lange und intensiv mit einem mathematischen Thema beschäftigt wie Max Bill.). Dabei haben die Schüler nicht nur Abbildungen gesehen, sondern die Möglichkeit gehabt, sich mit den Kunstobjekten selbst auseinanderzusetzen. Damit Sie sich selbst ein Bild von Max Bills Unendlichkeit machen können, sind auf M7 (als Farbfolie vorhanden) jeweils zwei Ansichten von vier seiner Endlosschleifen zu bestaunen.



Die Arbeitsaufträge für die Schüler waren, sich eine Plastik auszusuchen, ihre Wahl zu begründen, die Plastik zu beschreiben, zu skizzieren und schließlich aus einem Blatt Papier ein eigenes Modell davon herzustellen. Hilfe dabei erhielten sie durch den Ausstellungstext (s.o.). Im Unterricht wurde dann näher auf die Eigenschaften des Möbiusbandes eingegangen. Die Schüler waren außerordentlich motiviert und interessiert, daran zu arbeiten.

Ein Möbiusband kann man sich leicht selbst aus einem Papierstreifen basteln. Damit ein Möbiusband hergestellt werden kann, muss die Länge des Papierstreifens größer sein als seine Breite, genauer gesagt etwa 1,8-mal so groß (der exakte Wert ist übrigens die Quadratwurzel aus 3). Sonst gelingt es nicht, die beiden Enden zusammenzubringen. Dann sieht das Möbiusband aus wie ein gleichseitiges Dreieck aus drei Lagen Papier.